

**Гриб'юк Олена Олександрівна**

кандидат педагогічних наук, провідний науковий співробітник

Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, м. Київ, Україна

[olenagrybyuk@gmail.com](mailto:olenagrybyuk@gmail.com)

**Юнчик Валентина Леонідівна**

аспірант

Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України, м. Луцьк, Україна

[uynchik@gmail.com](mailto:uynchik@gmail.com)

## **ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ GEOGEBRA В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ КУРСУ «МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ІНФОРМАТИКИ»**

**Анотація.** У дослідженні продемонстровано особливості навчання курсу «Математичні основи інформатики» в процесі підготовки майбутніх вчителів математики, особлива увага звертається на осучаснення профілю програми навчального курсу в контексті впровадження нових стандартів. Запропоновано аналіз пропедевтичних завдань курсу «Математичні основи інформатики» та деталізується використання правил-орієнтирів задля розв'язування ситуаційних задач з використанням системи динамічної математики GeoGebra.

**Ключові слова:** математичні основи інформатики, ситуаційні задачі, математика, система комп'ютерної математики, GeoGebra, правило-орієнтир, система динамічної математики.

**ВСТУП.** Однією з основних задач вищих навчальних закладів є підготовка майбутніх фахівців. В процесі підготовки вчителя математики необхідно враховувати особливості та умови навчання, виховання та формування особистості професіонала. Розглядаючи характер і зміст праці вчителів математики в умовах інформаційного суспільства, потрібно враховувати цілі та зміст навчання, організаційні форми, методи, прийоми та засоби професійної підготовки майбутніх фахівців. Сучасна школа потребує фахівців, здатних сприяти розвитку самостійної і відповідальної особистості, вихованню творчої індивідуальності. Сьогодні неможливо розв'язувати проблеми, що виникають у конструюванні й організації освітнього процесу звичними способами, спираючись тільки на власний досвід; необхідно враховувати соціальні й культурні потреби підростаючого покоління, інновації та міжнародний досвід.

На сучасному етапі окремі аспекти проблеми підготовки майбутніх учителів математики в Україні досліджують відомі математики, педагоги і методисти Г.П. Бевз, М.І. Жалдак, В.Г. Моторіна, О.І. Скафа, С.А. Раков, М.І. Шкіль та ін.

Показником інтелектуальної потужності комп'ютерів стали новітні системи комп'ютерної математики. СКМ випускаються різного рівня складності – від гнучкої системи *Mathcad*, зручної для символьних обчислень системи *Derive* до систем *Mathematika*, *Mathlab*, *Maple* із можливістю графічної візуалізації обчислень [2].

Система комп'ютерної математики є ефективним засобом навчання математики студентів США, Європи, Японії, Франції і т.д. На жаль, в нашій системі освіти недостатньо знайомі з сучасними системами комп'ютерної математики не тільки студенти, але і викладачі, що суттєво сповільнює вирішення ряду проблем входження вітчизняної освітньої системи у світову, де подібні системи активно використовуються [18].

Аналіз літератури свідчить про інтенсивність досліджень щодо впровадження інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема комп'ютерно-орієнтованих систем навчання. Аналіз літератури свідчить про інтенсивність досліджень щодо впровадження інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема комп'ютерно-орієнтованих систем навчання. Наукові пошуки започаткували В. Ю. Биков, В. М. Глушков, М. І. Жалдак, Ю. С. Рамський, А. П. Єршов. Широкого використання у вітчизняному процесі набули розробки вітчизняних дослідників (*Gran*, *DG*, *ТерМ* і т.д.).

Розроблено та використовується велика кількість педагогічних програмних засобів, як *Derive*, *GeoGebra*, *Gran1*, *Gran-2D*, *Gran-3D*, *DG*, *Maple*, *Mathematika*, *MathLab*, *Maxima*, *Numeri*, *Reduce*, *Statgraph* і ін. Одні з них орієнтовані на фахівців досить високої кваліфікації

в галузі математики, інші – на учнів середніх навчальних закладів чи студентів вузів, які лише почали вивчати шкільний курс математики чи основи вищої математики.

Найбільш придатними для підтримки навчання математики в середніх навчальних закладах видаються комплект програм GeoGebra, GRAN (Gran1, Gran-2D, Gran-3D) і Derive. Названі програмні засоби прості у використанні, максимально наближеним до інтерфейсу найбільш поширених програм загального призначення [13].

Проблеми створення і впровадження комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання досліджували Ю.В. Горошко, М.І. Жалдак, В.І. Ключко, Т.Г. Крамаренко, Ю.Г. Лютюк, Н.В. Морзе, С.А. Раков, Ю.С. Рамський, С.О. Семеріков, З.С. Сейдаметова, та інші. Методику навчання математики описують у своїх роботах А.В. Грохольська, З.І. Слєпкань, М.І. Шкіль. Питаннями впровадження інформаційно-комунікаційних технологій в шкільну освіту займалися вітчизняні вчені: М.І. Жалдак, Ю.В. Горошко, О.О.Гриб'юк, А.П. Єршов, Ю.І. Машбиць, В.М. Монахов та інші. Проблематикою використання системи динамічної математики GeoGebra займаються Маркус Хохенвартер, Майкл Борчердс, Андреас Лінднер, Герріт Столс, Р.А. Зіатдінов, О.О. Гриб'юк, В.В. Пікалова, В.М. Ракута в тому числі в контексті професійної підготовки майбутніх фахівців.

Однак недостатньо висвітлено питання щодо створення методичного та дидактичного забезпечення системи динамічної математики GeoGebra у процесі навчання математичних основ інформатики, добір доцільних евристичних, дослідницьких та прикладних математичних задач, що зумовить впровадження STEM-освіти, створенню варіативних моделей та використанню пропонованої системи для розвитку інформатичної та дослідницької компетентностей майбутніх фахівців.

В наш час необхідно велику увагу приділяти використанню інформаційно-комунікаційних технологій навчання вчителів всіх напрямів підготовки, у тому числі вчителів математики. Звідси виникає потреба в ґрунтовній інформатичній підготовці вчителів усіх профілів до широкого використання комп'ютера та різних систем комп'ютерної математики як засобів навчання. У вищих навчальних закладах України упродовж чотирьох років на навчання предметів інформатичного профілю відводиться всього 510 годин (таблиця 1).

Таблиця 1

#### Аналіз навчальних планів щодо підготовки вчителів математики

Цикли навчальних дисциплін	Нормативні навчальні дисципліни		Вибіркові навчальні дисципліни	
	години	кредити	години	кредити
Гуманітарної та соціально-економічної підготовки	1080	30	360	12
Фундаментальної, природничо-наукової підготовки	1260	42	240	8
Професійної та практичної підготовки	3060	102	1200	40
<b>Разом</b>	<b>5400</b>	<b>180</b>	<b>1800</b>	<b>60</b>

Джерело: навчальний план підготовки бакалаврів математики СНУ імені Лесі Українки

З отриманих результатів можна зробити висновок, ще необхідним є посилення вивчення інформатичних дисциплін в процесі підготовки майбутніх вчителів математики.

Метою курсу є ознайомлення студентів з фундаментальними поняттями, основними визначеннями і математичними методами інформатики – фундаментальної природничої науки, що вивчає процеси передавання та опрацювання даних. В процесі вивчення даного

курсу студенти навчаються законам і методам опрацювання даних, побудові математичних моделей інформаційних систем для конкретних технічних, соціальних і фізичних систем, вивчають лінійні оптимізаційні моделі, завдання дискретної оптимізації, теорію алгоритмів.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Вивчаючи вітчизняний та зарубіжний досвід навчання математичних основ інформатики майбутніх вчителів математики з використанням комп'ютерно орієнтованих методичних систем навчання було опрацьовано навчальні плани та програми за якими навчають майбутніх вчителів математики.

Курс «Математичні основи інформатики», що має 150 кредитів доцільно вводити як варіативну частину в 2 семестрі першого курсу або 1 семестр другого курсу, в залежності від навчального закладу. Пропонований навчальний курс «Математичні основи інформатики» у дослідженні представлено у вигляді сукупності математичних методів, що використовуються в інформатичних дисциплінах; напряду наукових досліджень, що є складовою теоретичної інформатики, де математичні моделі і засоби використовуються для моделювання та дослідження інформаційних процесів у різних сферах діяльності людини, та використанням інформаційних систем і технологій для розв'язування прикладних задач; навчальної дисципліни, в якій вивчаються основні моделі, методи і алгоритми розв'язування задач, що виникають у сфері інтелектуалізації інформаційних систем, а також розглядаються проблеми використання інформаційних, зокрема математичних, моделей та інформаційно-комунікаційних технологій для їх дослідження [9].

Основними завданнями навчання дисципліни «Математичні основи інформатики» є формування знань, вмінь та навичок, необхідних для раціональної роботи з програмними засобами загального призначення в майбутній фаховій діяльності; формування системного уявлення про математичну базу інформатики; формування вміння розв'язувати дослідницькі та практичні задачі; розвиток здатності до проектної, дослідницької діяльності та самонавчання [4].

Зміст курсу «Математичні основи інформатики» включає 5 змістових модулів (таблиця 2).

Таблиця 2

#### Курс «Математичні основи інформатики»

ЗМ.1.	Тема 1. Теорія розв'язування дослідницьких задач	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Задача про ханойську вежу</li> <li>– Задача про розрізання піци</li> </ul>
	Тема 2. Суми та рекурентності	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Перетворення сум</li> <li>– Загальні методи сумування</li> </ul>
	Тема 3. Бінарні операції	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Логіка предикатів</li> </ul>
ЗМ.2.	Тема 4. Елементи теорії чисел	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Прості числа</li> <li>– Факторіальні числа</li> </ul>
ЗМ.3.	Тема 5. Спеціальні числа	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Числа Ейлера</li> <li>– Числа Бернуллі</li> <li>– Числа Фібоначчі</li> </ul>
ЗМ.4.	Тема 6. Дискретна ймовірність	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Математичне сподівання і дисперсія</li> <li>– Хешування</li> </ul>
	Тема 7. Асимптотика	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Два асимптотичні приклади</li> <li>– Формула сумування Ейлера</li> </ul>
ЗМ.5.	Тема 8. Похідні функцій	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Розв'язування рекурентних співвідношень</li> <li>– Функції Діріхле</li> </ul>
	Тема 9. Біноміальні коефіцієнти	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Твірна функцій</li> <li>– Гіпергеометричні функції</li> </ul>

		– Гіпергеометричні перетворення
--	--	---------------------------------

Нижче показано профіль програми навчального курсу «Математичні основи інформатики» (таблиця 3).

Таблиця 3

<b>Профіль програми навчального курсу «Математичні основи інформатики»</b>		
<i>Тип диплома та обсяг програми</i>		Одиничний ступінь, 150 кредитів ЄКТС.
<i>Вищий навчальний заклад</i>		Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки
<b>A</b>	<b>Ціль програми</b>	
	Надати освіту в галузі математики із ґрунтовними можливостями щодо працевлаштування, підготувати студентів із особливим інтересом до певних галузей математичних основ інформатики для подальшого навчання.	
<b>B</b>	<b>Характеристика програми</b>	
1	<i>Предметна галузь, напрям</i>	Математика
2	<i>Фокус програми: загальна/спеціальна</i>	Загальна освіта в галузі математики.
3	<i>Орієнтація програми</i>	Програма базується на загальновідомих прикладних результатах із врахуванням сьогодишнього стану математики, орієнтує на актуальні спеціалізації, у рамках яких можлива подальша професійна та наукова кар'єра: математика, інформатика, фізика.
<b>C</b>	<b>Працевлаштування та продовження освіти</b>	
1	<i>Працевлаштування</i>	Робочі місця в державних структурах, малих підприємствах та інституціях технологічного та інформаційного сектору (дослідник, забезпечення якості, комерція), посади викладача, посади у фінансових інституціях.
2	<i>Продовження освіти</i>	Магістерські програми математики, міждисциплінарні програми, близькі до математики (теорія ймовірностей, дискретна математика), магістерські програми з інженерії та з інформатичних дисциплін.
<b>D</b>	<b>Стиль та методика навчання</b>	
1	<i>Підходи до викладання та навчання</i>	Лекції, лабораторні роботи, семінари, практичні заняття в малих групах, самостійна робота, консультації із викладачами, підготовка бакалаврської роботи, проектно-дослідницький підхід, змішане навчання, групові форми роботи.
2	<i>Система оцінювання</i>	Письмові та усні екзамени, лабораторні звіти, усні презентації, поточний контроль, екзамен, захист бакалаврської роботи.
<b>E</b>	<b>Програмні компетентності</b>	
1	<i>Загальні</i>	1. <b>Аналіз та синтез.</b> Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів. 2. <b>Гнучкість мислення.</b> Набуття гнучкого мислення, відкритість щодо використання математичних знань та формування і розвитку компетентностей в широкому діапазоні усеможливих місць роботи та повсякденному житті. 3. <b>Групова робота.</b> Здатність виконувати дослідження в групі, подібні навички, що демонструють здатність до врахування строгих вимог

		<p>дисципліни, планування та управління часом.</p> <p>4. <b>Комунікаційні навички.</b> Здатність до ефективної комунікації та щодо представлення складних комплексних даних у стислій формі усно та письмово, використовуючи інформаційно-комунікаційні технології та відповідний термінологічний апарат.</p> <p>5. <b>Популяризаційні навички.</b> Вміння спілкуватися із нефаківцями, певні навички навчання.</p> <p>6. <b>Етичні установки.</b> Дотримання етичних принципів як з погляду професійної доброчесності, так і з погляду розуміння можливого впливу досягнень з математики в контексті швидкоплинних інноваційних процесів.</p>
2	Фахові	<p>I. <b>Глибокі знання та розуміння.</b> Здатність аналізувати дослідницькі задачі як природного походження, так і технологічні, з погляду фундаментальних математичних принципів і знань, а також на основі відповідних математичних методів.</p> <p>II. <b>Навички оцінювання.</b> Здатність провести оцінювання порядку величини і знаходити відповідні рішення із чітким визначенням припущень та використанням спеціальних та граничних випадків.</p> <p>III. <b>Математичні навички.</b> Здатність розуміти та уміло використовувати математичні та числові методи, що часто використовуються в процесі розв'язування дослідницьких задач.</p> <p>IV. <b>Експериментальні навички.</b> Здатність виконувати експерименти незалежно, а також описувати, аналізувати та критично оцінювати експериментальні дані.</p> <p>V. <b>Розв'язування проблем.</b> Здатність розв'язувати широке коло проблем і задач шляхом розуміння їх фундаментальних основ та використання як теоретичних, так і експериментальних методів.</p> <p>VI. <b>Обчислювальні навички.</b> Здатність використовувати відповідне програмне забезпечення (системи комп'ютерної математики) для проведення математичних досліджень.</p> <p>VII. <b>Пізнавальні навички в галузі математики.</b> Здатність описати широке коло природних об'єктів та процесів; дана здатність повинна ґрунтуватися на глибокому знанні та розумінні математичних теорій та тем.</p> <p>VIII. <b>Здатність до навчання.</b> Здатність шляхом самостійного навчання освоїти нові галузі, використовуючи здобуті математичні знання.</p>
<b>F</b>	<b>Програмні результати навчання</b>	
	<p>1. Здатність продемонструвати знання та розуміння математичних основ інформатики в теорії ймовірностей, дискретній математиці, методах оптимізації, чисельних методах, теорії алгоритмів та математичній логіці. Рівень знань цих математичних основ інформатики повинен бути базовим, тобто рівнем, необхідним для роботи в традиційних сферах застосування, але не настільки високим, щоб виконувати дослідження на сучасному фронті науки.</p> <p>2. Здатність продемонструвати знання та розуміння розділів математики, що мають відношення до базового рівня основ інформатики: диференціальне та інтегральне числення, алгебра, функціональний аналіз дійсних і комплексних змінних, векторів та матриць, векторне числення, диференціальні рівняння в звичайних та часткових похідних, статистика, методи Фур'є. Спроможність використовувати ці інструменти в теорії розв'язування дослідницьких задач.</p> <p>3. Здатність продемонструвати експериментальні навички у математиці (знання експериментальних методів та проведення експериментів), для перевірки гіпотез та дослідження явищ з використанням математичних законів; здатність ставити</p>	

	<p>коректні питання, знання стандартного обладнання, планування, проведення експерименту, збирання та аналіз даних, включаючи уважний аналіз помилок та критичне оцінювання отриманих результатів.</p> <p>4. Здатність продемонструвати знання та розуміння на базовому рівні елементів математичних основ інформатики (похідні функцій, елементи теорії чисел, суми та рекурентності, бінарні операції), сприймати і розуміти роль моделей та теорій в розвитку математики і формуванні гнучкого мислення.</p> <p>5. Здатність продемонструвати знання і розуміння на базовому рівні елементів математичних основ інформатики (теорія розв'язування дослідницьких задач, спеціальні числа, дискретна ймовірність, асимптотика, біноміальні коефіцієнти) на рівні, частково відповідному сучасному стану розвитку математики.</p> <p>6. Здатність застосовувати знання та розуміння на операційному рівні елементів прикладної математики та суміжних галузей (інформатики), щоб розвинути розуміння міждисциплінарних зв'язків між фундаментальними науками.</p> <p>7. Базові знання та розуміння спеціальних розділів на вибір студента з метою майбутньої спеціалізації та освоєння міждисциплінарних підходів.</p> <p>8. Здатність розв'язувати дослідницькі задачі, використовуючи належне програмне забезпечення та системи комп'ютерної математики, знання щодо аналізу та відображення результатів.</p> <p>9. Оволодіння навичками самостійної роботи, та роботи в групі (робота над проектом, включаючи навички лідерства під час виконання), уміння отримати результат у рамках обмеженого часу з наголосом на професійну сумлінність та унеможливлення плагіату.</p>
--	---

У процесі навчання курсу «Математичні основи інформатики» використовуються спеціальні методи навчання, а саме: метод побудови математичних моделей реальних об'єктів; аксіоматичний метод – встановлення істинності/хибності тверджень.

В ході навчальної діяльності використовуються такі форми організації навчальної діяльності студентів, як проектно-дослідницький підхід; змішане навчання; групові форми роботи, відповідно засоби навчання – система динамічної математики *GeoGebra* та інші СКМ (за потреби), в процесі чого відбувається ефективність навчання математичних основ інформатики.

Ефективність навчання в рамках курсу «Математичні основи інформатики» підсилюється з використанням окремих компонентів комп'ютерно орієнтованої системи навчання, в тому числі систем комп'ютерної математики. Наприклад, для вирішення проектних завдань вдається точніше здійснювати аналітичні дослідження, ґрунтовно досліджувати функції та будувати їх графіки та інше завдяки візуальному програмуванню, динамічних аплетів *GeoGebra*, автоматизуючи математичні обчислення.

Програмні засоби, призначені для виконання чисельних та аналітичних розрахунків різного рівня складності, спрямовані на розв'язування задач, що допускають коректне формулювання за допомогою термінів математики називаються системами комп'ютерної математики. Характерною рисою систем комп'ютерної математики є їх гнучкість, тобто користувачеві дається можливість втручатися в хід обчислень, спрямовуючи розв'язування задачі в потрібне русло. Такого не можна сказати про переважну більшість пакетів прикладних програм. У системах комп'ютерної математики реалізовано високий ступінь візуалізації результатів [6].

Добір систем комп'ютерної математики залежить від кінцевої мети використання програм, класу задач, їх призначення. Дидактичні функції таких систем наступні:

- наочний засіб подання матеріалу (електронні довідники з гіпертекстовою системою допомоги та інтуїтивним інтерфейсом, анімаційними прикладами, звуковим і відео супроводом);

- засіб розв'язування практичних задач, дослідження складних моделей, ґрунтовний аналіз варіантів розв'язаних задач, розвиток практичних навичок математичних міркувань.

Можливості використання систем комп'ютерної математики наведені в таблиці 4.

Таблиця 4

#### Класифікація систем комп'ютерної математики

Назва	Переваги	Недоліки
<i>Derive</i>	Аналітичні обчислення. Мінімальні вимоги до апаратних ресурсів.	Слабка візуалізація і графіка, недостатня підтримка функцій в символьних обчисленнях.
<i>Mathematika</i>	Сумісність з комп'ютерними платформами. 3D-графіка. Документи (notebook). Підтримка синтезу звуку.	Надмірний захист від копіювання. Орієнтація на досвідчених користувачів.
<i>Matlab</i>	Унікальні матричні засоби, дескрипторна графіка, висока швидкість обчислень, адаптація до завдань користувача і чисельність пакетів розширення ситеми.	Обмежені можливості символьних обчислень. Дороговизна системи та її пакетів розширень.
<i>Mathcad</i>	Якісна графіка і візуалізація при обчисленнях. Зручний інтерфейс. Наявність палітри математичних знаків. Великий вибір електронних книг і бібліотек, операторів і функцій.	Обмеженість символьної математики. Примітивне програмування. Вартість електронних книг і бібліотек.
<i>Maple</i>	Продумане ядро символьних обчислень. Документи (notebook). Високоякісна графіка. Зручна система допомоги.	Відсутність синтезу звуків.
<i>MuPad</i>	Чітка графіка. Документи (notebook). Достатні вимоги до апаратних ресурсів.	Форматування графіків. Обмежена система допомоги і апробація.
<i>GeoGebra</i>	Якісна графіка і візуалізація. Зручний інтерфейс. Вільнопоширюваність. Інтерактивна графіка, алгебра та електронні таблиці. Постійно оновлювана база методичних і дидактичних матеріалів у вільному доступі. Форум користувачів.	Відсутність функції обчислення об'єму та прощі фігури обертання

Програма GeoGebra була розроблена з метою поєднання можливостей програм динамічної геометрії (наприклад: Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad) і систем комп'ютерної алгебри (наприклад: Derive, Maple) в одній простій у використанні системі, призначеній для вивчення і викладання математики. Протягом наступних років GeoGebra перетворилась на міжнародний проект з відкритим кодом, що активно розвивається і над яким працює інтернаціональна команда з 20 розробників та більше ніж 100 перекладачів. На даний момент система динамічної математики GeoGebra є вільним педагогічним програмним продуктом, призначеним для навчання і викладання математики в середніх і вищих навчальних закладах, що поєднує динамічну геометрію, алгебру, математичний аналіз і статистику. Остання стабільна версія GeoGebra пропонує кілька динамічно пов'язаних між собою представлень математичних об'єктів: графічне, алгебраїчне та табличне. Потрібно відзначити, що в процесі розвитку програми, із зростанням її функціональних можливостей інтерфейс GeoGebra залишається простим у використанні й інтуїтивно зрозумілим. І цей підхід є одним з головних принципів концепції подальшого розвитку програми [17].

Система GeoGebra доступна більше ніж 50 мовами світу, отримала кілька нагород освітніх програм у Європі та США (наприклад, EASA 2002, digita 2004, Comenius 2004, eTwinning 2006, AECT 2008, BETT 2009 finalist, Tech Award 2009, NTLC Award 2010, MERLOT Classics Award 2013, Microsoft Partner of the Year Award 2015, Archimedes 2016) [18].

Важливим є те, що для забезпечення підтримки користувачів GeoGebra, організації їх співробітництва та обміну досвідом створені потужні Інтернет-ресурси з використання сучасних веб-технологій (Веб 2.0, хмарних обчислень, Wiki-технологій). Ресурс [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org) пропонує користувачам GeoGebra:

- вікі-сторінки: постійно оновлювану базу науково-методичних і дидактичних матеріалів у вільному доступі;
- форум користувачів (учнів, студентів, учителів, викладачів, освітян);
- останні новини щодо заходів і подій у спільноті користувачів GeoGebra з різних куточків світу.

З метою вдосконалення сервісу для зберігання, перегляду, використання та обміну електронними відкритими дидактичними матеріалами, виготовленими за допомогою GeoGebra, було створено платформу GeoGebraTube (<http://www.geogebraTube.org>). Користувачі мають можливість залишати коментарі й оцінювати якість розміщених матеріалів. Зважаючи на швидке зростання співтовариства навколо GeoGebra, стало зрозумілим, що, як члени співтовариства, так і вчителі, які тільки розглядають можливість використання GeoGebra в навчальному процесі, потребують широкої підтримки. Щоб бути в змозі надати таку допомогу і сприяти рефлексивній практиці, з метою активізації досліджень і подальшого розвитку системи динамічної математики GeoGebra, на конференції в Кембриджі у травні 2008 року засновано інтернаціональну професійну мережу: Міжнародний Інститут GeoGebra (International GeoGebra Institute, IGI).

Актуальним є те, що система GeoGebra має засоби для інтеграції із сучасними веб-технологіями (Веб 2.0, Веб 3.0, хмарні обчислення, Wiki-технології, Moodle). А це створює можливості для застосування GeoGebra з метою інтернет-підтримки навчально-виховного процесу, а також для використання в процесі створення дистанційних форм навчання математики.

Система динамічної математики GeoGebra постійно оновлюється та вдосконалюється. Нещодавно з'явився новий інструмент, режим іспиту GeoGebra, що сприяє проведенню іспитів, не маючи доступу до Інтернету, GeoGebraTube або іншого програмного забезпечення, встановленого на комп'ютері. В процесі роботи студентів з даним модулем всі дії документуються в журналі іспиту. Graphing Calculator Released GeoGebra використовується для телефонів і планшетів Android та для iPhone і Windows та сприяє роботі в процесі навчання математичних основ інформатики та проектування динамічних графічних об'єктів, має доступ до GeoGebraTube. Напрацювання співтовариства GeoGebra становлять понад 300000 вільних і динамічних робочих листів і книг. Для зручної співпраці та колаборації між студентами та викладачами створено GeoGebra групи (Collaboration for Everyone), де є можливість опрацьовувати поштові тексти, зображення, відео, PDFs і робочі листи. В системі GeoGebra розроблено модуль, де можна задавати домашні завдання для студентів та прослідковувати їх роботу, оскільки зберігається оцінка, дата, тривалість і побудова кожної із спроб виконання. Студенти можуть зберігати поточний стан виконаного завдання для доопрацювання атлета [4].

Значущою особливістю системи динамічної математики GeoGebra є інтеграція її у систему дистанційного навчання Moodle. Система GeoGebra інтегрується через фільтр GeoGebra Filter (Math Applets), отриманий із сайту moodle.org. З використанням Geogebra Filter можна вбудовувати файли системи GeoGebra у лекційний матеріал, лабораторні та практичні заняття, тести, повідомлення форуму, блоги та інші складові системи. Врахування типу використовуваного апаратного засобу можливе у налаштуваннях фільтру з зазначенням ширини, висоти та параметрів аплетів GeoGebra. Використання файлів аплетів можливе як з сайту GeoGebra, так і з сайту системи дистанційного навчання Moodle.

Ще один спосіб доступу до системи GeoGebra можливий з мобільного пристрою, з використанням експериментальної версії [geogebra mobile](http://www.geogebra.org/mobile/) (<http://www.geogebra.org/mobile/>). З використанням даної версії мобільний пристрій потребує повної реалізації стандарту мови javascript та підтримки HTML5 у Web-браузері та не потребує Java ME.



Методична система навчання з використанням комп'ютерно-орієнтованої системи будується на концепціях теорії проблемного навчання та теорії поетапного формування розумових дій, що забезпечує можливість управління навчальною діяльністю і створення орієнтувальної основи дій для розвитку творчих здібностей. Водночас набуття навичок побудови і дослідження моделей сприяє розв'язуванню задачі (<http://www.geogebra.org/m/w3KpBQPR>), що має самостійну значущість – воно створює передумови для розвитку системного і логічного мислення. Таке навчання забезпечує формування наукового світогляду.

Розроблено пропедевтичні задачі з метою підвищення ефективності навчання математичних основ інформатики з використанням системи комп'ютерної математики GeoGebra та здійснено класифікацію таких задач. Для кожного класу задач наведено правило-орієнтир та відповідний перелік алгоритмів.

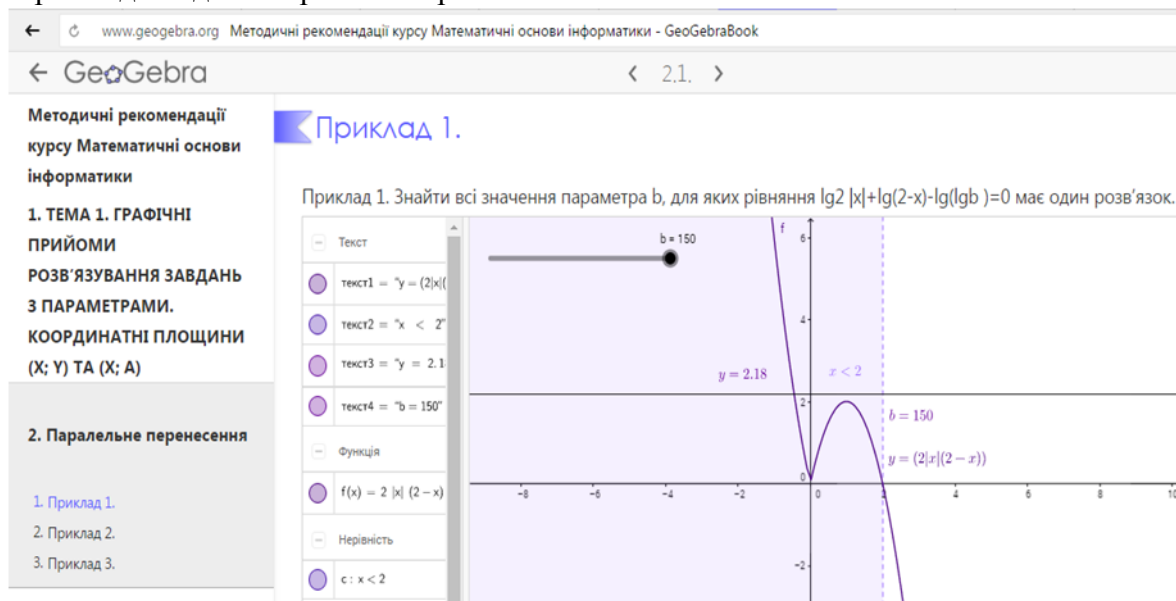


Рис. 2. Окрема компонента комп'ютерно орієнтованої системи курсу «Математичні основи інформатики»

Нижче показано приклад використання системи GeoGebra для розв'язування рівнянь, нерівностей та систем рівнянь з параметрами, так як розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами відкриває перед студентами значну кількість евристичних прийомів загального характеру, цінних для математичного розвитку особистості майбутнього фахівця, що використовуються в дослідження та в процесі навчання наступних тем математичних основ інформатики.

**Приклад 1.** Знайти найменше значення параметра  $c$ , для якого система

$$\begin{cases} (x - c\sqrt{3})^2 + y^2 - 2y = 0, \\ \sqrt{3}|x| - y = 4 \end{cases} \text{ має один розв'язок.}$$

Правило-орієнтир розв'язування задачі показано в таблиці 5, розв'язок задачі показано на рисунку 3.

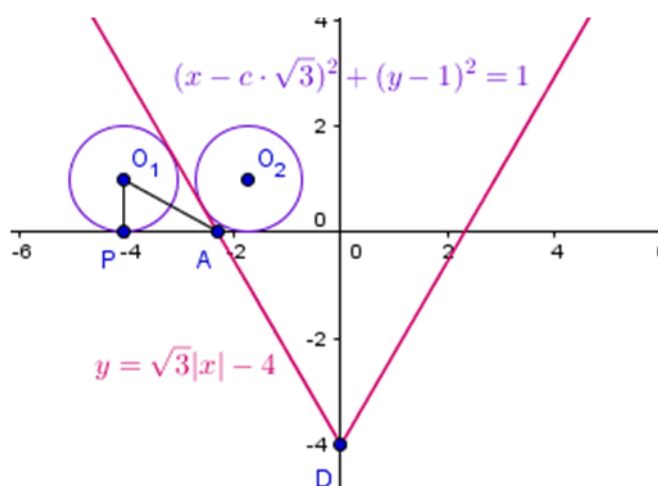


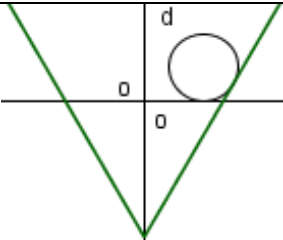
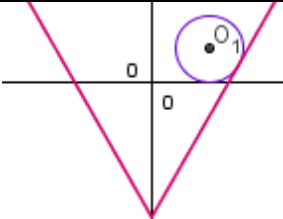
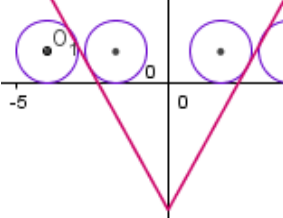
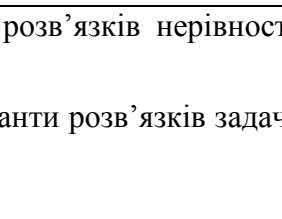
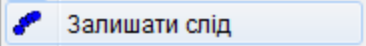



Рис. 3

Таблиця 5

### Правило-орієнтир розв'язування задачі

Створити повзунок для параметра $c$	Повзунок[ <Min>, <Max>, <Крок>, <Швидкість>, <Ширина>, <Кут>, <Горизонтальний>, <Анімація>,  ]	
Побудувати коло $(x - c\sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 1$	$(x - c \text{ sqrt}(3))^2 + (y - 1)^2 = 1$	
Побудувати графік функції $y = \sqrt{3} x  - 4$	$f(x) = \text{sqrt}(3) \text{ abs}(x) - 4$	
Задати колір та тип ліній	ВибратиКолір[ <Об'єкт>, <Колір> ], ОбратиТипЛінії[ <Пряма>, <Число> ], ОбратиТовщинуЛінії [ <Пряма>, <Число> ]	
Визначити центр кола	Центр[ $(x - c \text{ sqrt}(3))^2 + (y - 1)^2 = 1$ ]	
Знайти різні положення кіл в залежності від значення параметра $c$	Змінюючи значення параметра $c$ положення кола буде змінюватись. 	

**Приклад 2.** Знайти такі значення параметра  $a$ , що множиною розв'язків нерівності  $\sqrt{1 - (x + 2a)^2} \geq \frac{4}{3}x$  буде відрізок довжиною  $\frac{9}{5}$ ?

Правило-орієнтир розв'язування задачі показано в таблиці 6. Варіанти розв'язків задачі показано на рисунках 4а та 4б.

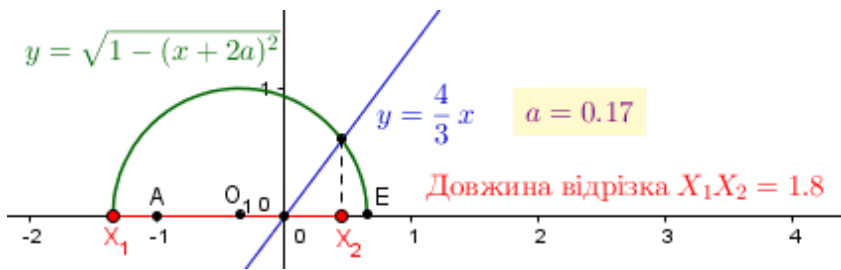


Рис. 4а. Довжина відрізка  $x_1x_2 = \frac{9}{5} = 1.8$

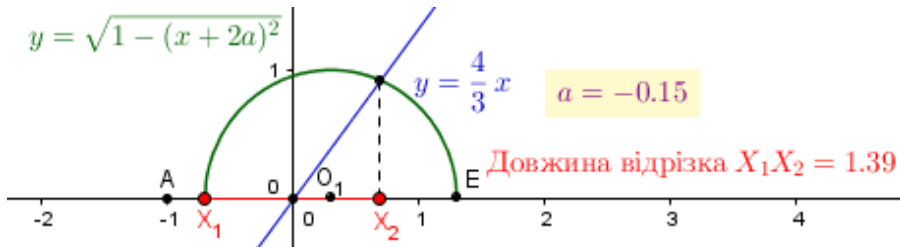

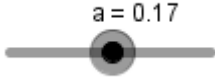
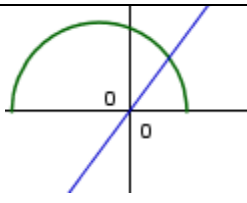
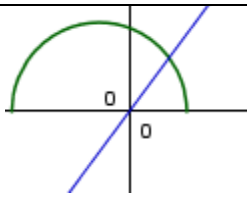
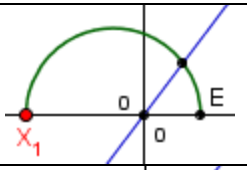
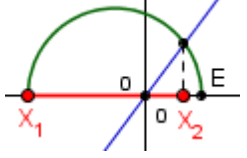
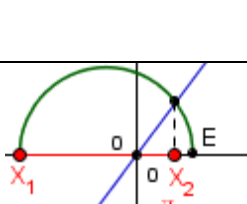




Рис. 4б. Довжина відрізка  $x_1x_2 \neq \frac{9}{5} = 1.8$

Таблиця 6

### Правило-орієнтир розв'язування задачі

Створити повзунок для параметра $a$	Повзунок[ <Min>, <Max>, <Крок>, <Швидкість>, <Ширина>, <Кут>, <Горизонтальний>, <Анімація>, <Випадкове число> ] 	
Побудувати півколо $y = \sqrt{1 - (x + 2a)^2}$	$y = \text{sqrt}(1 - (x + 2a)^2)$	
Побудувати графік прямої $y = \frac{4}{3}x$	$y = 4/3x$	
Знайти точку перетину двох функцій та перетин функцій з віссю OX	Перетин[ <Об'єкт>, <Об'єкт> ]	
Провести перпендикуляр до осі OX з точки перетину двох функцій	ПерпендикулярнаПряма[ <Point>, <Line> ]	
Побудувати відрізок $x_1x_2$	Відрізок[ <Точка>, <Точка> ]	
Знайти довжину відрізка $x_1x_2$	Відстань[ <Точка>, <Об'єкт> ]  Відстань або довжина	

**Приклад 3.** Знайти такі значення  $a$ , щоб корені  $x_1$  і  $x_2$  рівняння  $(a^2 - 2a + 2)x^2 + 2(a - 1)ax - 2a^2 = 0$  задовольняли нерівність  $x_1x_2 < |ax_1| - |ax_2|$ ?

Правило-орієнтир розв'язування задачі показано в таблиці 7, розв'язок задачі показано на рисунках 5а та 5б.

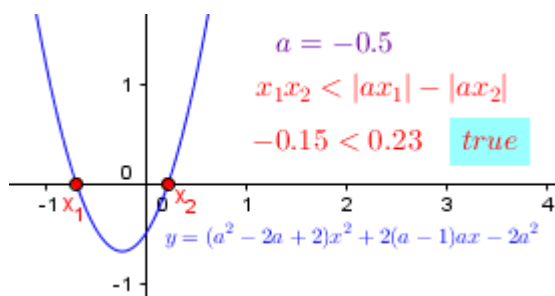


Рис. 5а

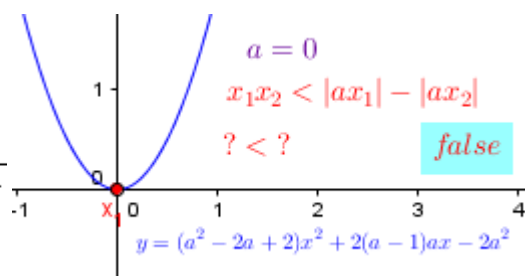
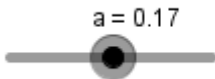
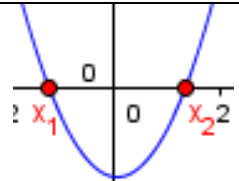
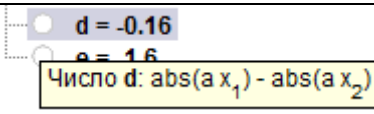
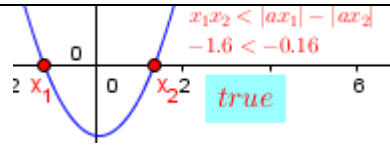


Рис. 5б

Таблиця 7

### Правило-орієнтир розв'язування задачі

Створити повзунок для параметра $a$	Повзунок[ <Min>, <Max>, <Крок>, <Швидкість>, <Ширина>, <Кут>, <Горизонтальний>, <Анімація>, <Випадкове число> ]	
Побудувати графік функції $(a^2 - 2a + 2)x^2 + 2(a - 1)ax - 2a^2 = 0$ Знайти корені $x_1$ та $x_2$	$y = (a^2 - 2a + 2)x^2 + 2(a - 1)ax - 2a^2$ Корінь[ $(a^2 - 2a + 2)x^2 + 2(a - 1)ax - 2a^2$ ]	
Знайти значення виразів $x_1 x_2$ та $ a x_1  -  a x_2 $	$x_1 * x_2$ $abs(a x_1) - abs(a x_2)$	
Порівняти дані вирази	$x_1 x_2 < abs(a x_1) - abs(a x_2)$	

Особливістю навчального курсу «Математичні основи інформатики» є орієнтація цілей, змісту та засобів навчання в напрямку набуття знань, вмінь і практичних навичок майбутніми фахівцями із використанням математичних моделей (динамічних аплетів GeoGebra), що використовуються ними у різних сферах діяльності. Розв'язування задач прикладного спрямування передбачає функціональні компоненти пов'язані з мотивацією і постановкою цілей навчання курсу, з'ясуванням майбутніми вчителями математики важливості прикладної складової та прикладного потенціалу абстрактної складової навчального курсу. Пропонується ряд навчальних дій, пов'язаних із внесенням до навчання компонентів, характерних для прикладної діяльності: використання евристичних міркувань, застосування математичного моделювання як основи навчання курсу та методу розв'язування прикладних задач, розвиток математичних вмінь та навичок, потрібних для розв'язування прикладних задач; дії, що притаманні професійно-навчальній діяльності (навички планування та коригування діяльності, самостійної роботи, творчої діяльності, роботи із комп'ютерними програмами); дії, пов'язані з моделюванням геометричних ситуацій. Сутність прикладної спрямованості курсу полягає в здійсненні міжпредметних зв'язків. Основним методом реалізації прикладної спрямованості курсу є метод

математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні (ситуаційні) задачі, розв’язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін. Курс «Математичні основи інформатики» має варіативний, міждисциплінарний характер і орієнтований на студентів фізико-математичного профілю.

### **ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Навчання математичних основ інформатики в вищих навчальних закладах є педагогічно виваженим та методично вмотивованим з використанням у навчальному процесі системи динамічної математики GeoGebra сприяє вдосконаленню процесу навчання та застосуванню основних методів, понять математичних основ інформатики під час вирішення проблем навчання більшості предметів, що вивчають майбутні вчителі математики та сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності майбутніх вчителів математики за умови інтеграції технології в комп’ютерно орієнтовану методичну систему навчання.

Впровадження систем комп’ютерної математики в процес навчання сприяє підвищенню ефективності навчання, а також активізує пізнавальну діяльність майбутніх фахівців. Інтеграція системи динамічної математики GeoGebra з системою Moodle надає можливість організовувати та підтримувати процес навчання математичних основ інформатики за допомогою вільно поширюваних програмних засобів, що створює можливості для реалізації в системі освіти різних моделей навчання, зокрема моделі змішаного навчання.

Розв’язування задач з використанням інформаційно-комунікаційних технологій сприяє формуванню в майбутніх фахівців рефлексії щодо своєї діяльності, чого важко досягти в «безмашинному» навчанні. Насамперед студенти мають можливість наочно показати результати навчальної діяльності, свідомо реалізувати свої думки та дії, аналізувати й оцінювати успіхи і невдачі. Продуктивність та ефективність проведених навчальних занять суттєво зростає з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, зокрема системи динамічної математики GeoGebra, та значно посилюється інтерес студентів до навчання математичних основ інформатики; розвивається абстрактне, творче мислення майбутніх фахівців; покращується якість знань з математики; сприяє організації роботи в групі, формуванню вмінь самостійно здобувати знання. Безперечно, потребує ґрунтовного вирішення проблем щодо створення навчально-методичного забезпечення в контексті використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики із врахуванням міжпредметного підходу у шкільній освіті й відповідної підготовки вчителів.

В курсі «Математичні основи інформатики» вміщується сукупність математичних методів, що використовуються в інформатиці; напрями наукових досліджень, що є складовою теоретичної інформатики, де математичні моделі і засоби використовуються для моделювання та дослідження інформаційних процесів у різних сферах діяльності людини, та використання інформаційних систем і технологій для розв’язування прикладних задач; навчальна дисципліна, в якій вивчаються основні моделі, методи і алгоритми розв’язування задач, що виникають у сфері інтелектуалізації інформаційних систем, а також розглядаються проблеми використання інформаційних, зокрема математичних, моделей та інформаційних технологій для їх дослідження.

У процесі навчання математичних основ інформатики система GeoGebra використовується як засіб для візуалізації досліджуваних математичних об’єктів, виразів, ілюстрації методів побудови; як середовище для моделювання та емпіричного дослідження властивостей досліджуваних об’єктів; як інструментально-вимірювальний комплекс, що надає користувачеві набір спеціалізованих інструментів для створення і перетворення об’єкта, а також вимірювання його заданих параметрів. Використання системи комп’ютерної математики дає змогу сформулювати алгоритмічний стиль мислення, наочно демонструючи формальний, алгоритмічний характер щодо розв’язування прикладних задач, опановувати сучасні інформаційно-комунікаційні технології і отримати потужний інструмент для розв’язування прикладних задач. Процес розв’язування прикладних ситуаційних задач стимулює до розумової активності та сприяє розвитку дослідницької діяльності.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Выготский Л.С. Мышление и речь. / Л.С. Выготский // Собр. соч. В 6-ти т. Т.2. – М.: Педагогика, 1982. – С. 5-227.
2. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка – М.: Издательство МГУ, 1985. – 45с.
3. Грэхем Р. Конкретная математика. Основание информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник // Пер. с англ. – М.: Мир, 1998. – 703 с.
4. Гриб'юк О.О. Педагогічне проектування комп'ютерно орієнтованого середовища навчання дисциплін природничо-математичного циклу. / О.О.Гриб'юк // Наукові записки. – Випуск 7. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 3. – Кіровоград.: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2015. – С. 38–50.
5. Гриб'юк О.О. Когнітивна теорія комп'ютерно орієнтованої системи навчання природничо-математичних дисциплін та взаємозв'язки вербальної і візуальної компонент / О.О. Гриб'юк // Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» – Додаток 1 до Вип.36, Том IV (64): Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – Київ: Гнозис, 2015. – С. 158-175.
6. Гриб'юк О.О. Перспективи впровадження варіативних моделей комп'ютерно орієнтованого середовища навчання предметів природничо-математичного циклу у загальноосвітніх навчальних закладах України / О.О. Гриб'юк // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. Серія педагогічна / [редкол.: П.С. Атаманчук (голова, наук. ред.) та ін.] – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2016. – Випуск 22: Дидактичні механізми дієвого формування компетентнісних якостей майбутніх фахівців фізико-технологічних спеціальностей. – С. 184-190.
7. Гриб'юк О.О. Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю: посібник для учителів / О.О. Гриб'юк. – Рівне: РДГУ, 2006. – 202 с.
8. Гриб'юк О.О. Використання теорії розв'язування дослідницьких задач у контексті проектно-дослідницької діяльності в процесі навчання математики / О.О.Гриб'юк, В.Л.Юнчик // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // 36. наук. пр. – Випуск 44 / редкол. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2016 – С. 153-163. ISSN 2412-1142. ISBN 978-966-2337-01-3.
9. Гриб'юк О.О. Проектно-дослідницька діяльність в процесі навчання математики з використанням системи динамічної математики GeoGebra / О.О.Гриб'юк, В.Л.Юнчик // Наукові записки. – Випуск 9. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 2. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2016. – С. 8–19.
10. Гриб'юк О.О. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання математики у загальноосвітньому навчальному закладі/ О.О.Гриб'юк // Teoria i praktyka – znaczenie badań naukowych: Zbiór raportów naukowych (29.07.2013 - 31.07.2013) – Lublin: Wydawca: Sp.z o.o. “Diamond trading tour”, 2013. – С. 89 – 101.
11. Гриб'юк О.О. Віртуальне освітнє середовище як інноваційний ресурс для навчання і дослідницької діяльності студентів // Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція «Віртуальний освітній простір: психологічні проблеми». – Київ: Інститут психології імені Г.С. Костюка НАПН України, 2013. – Режим доступу: [http://www.psytir.org.ua/Tezy/2013\\_05/2013\\_05\\_20.htm](http://www.psytir.org.ua/Tezy/2013_05/2013_05_20.htm)
12. Гриб'юк О.О. Математичне моделювання як засіб екологічного виховання учнів у процесі навчання математики в класах хіміко-біологічного профілю / О.О.Гриб'юк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 27. – Донецьк.: Фірма ТЕАН, 2007. – С. 132 – 139.
13. Гриб'юк О.О. Психолого-педагогічні вимоги до комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики в контексті підвищення якості освіти// Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди» - Додаток 1 до Вип.31, Том IV (46): Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – Київ: Гнозис, 2013. – С. 110-123.
14. Гриб'юк О.О. Математичне моделювання при навчанні дисциплін математичного та хіміко-біологічного циклів: навчально-методичний посібник для учителів / О.О. Гриб'юк. – Рівне: РДГУ, 2010. – 207 с.
15. Гриб'юк О.О. Вплив інформаційно-комунікаційних технологій на психофізіологічний розвиток молодого покоління. “Science”, the European Association of pedagogues and psychologists. International scientific-practical conference of teachers and psychologists “Science of future”: materials of proceedings of the International Scientific and Practical Congress. Prague (Czech Republic), the 5th of March, 2014/ Publishing Center of the European Association of pedagogues and psychologists “Science”, Prague, 2014, Vol.1. 276 p. - S. 190-207.
16. Hrybiuk O. Mathematical modeling as a means and method of problem solving in teaching subjects of branches of mathematics, biology and chemistry // Proceedings of the First International conference on Eurasian scientific development. «East West» Association for Advanced Studies and Higher Education GmbH. Vienna. 2014. P. 46-53.

17. Hrybiuk O. Integration of Research Problems Salvation Theory with the Utilization of Computer Oriented Study Environment / Hrybiuk O. Yunchyk V // Scientific Monograph E-learning Methodology - Implementation and Evaluation, edited by Eugenia Smyrnova-Trybulska, University of Silesia, Studio Noa, Katowice-Cieszyn 2016.
18. Yunchyk V. Atypical mathematics lessons at school by means of GeoGebra / Yunchyk V. // East - West Conference on Mathematics Education (EWCOME 2016) at the University of Social Sciences and Humanities, Warsaw, Poland, 2016.
19. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. – М.: Педагогика, 1972.
20. Рубинштейн С. Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Изд-во АН Академии наук СССР, 1958. – 145 с.
21. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии: В 2-х т., Т. II. – М.: Педагогика, 1989. – С.176.

## **ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ GEOGEBRA В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ КУРСА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ»**

**Грибюк Елена Александровна, Юнчик Валентина Леонидовна**

**Аннотация.** В исследовании продемонстрировано особенности обучения курса «Математические основы информатики» в процессе подготовки будущих учителей математики, особое внимание обращается на осовременивание профиля программы учебного курса в контексте внедрения новых стандартов. Предложен анализ задач пропедевтического курса «Математические основы информатики» и детализируется использование правил-ориентиров для решения ситуационных задач с использованием системы динамической математики GeoGebra.

**Ключевые слова:** математические основы информатики, ситуационные задачи, математика, система компьютерной математики, GeoGebra, правило-ориентир, система динамической математики.

## **FEATURES OF USING THE SYSTEM GEOGEBRA IN TEACHING COURSE “MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF INFORMATICS”**

**Olena Hrybiuk, Valentyna Yunchyk**

**Resume.** The features of teaching course “Mathematical foundations of informatics” in the process of training future teachers of mathematics are demonstrated, special attention is paid to modernizing profile training course in the context of the new standards. Analysis of propaedeutical tasks of the course "Mathematical Foundations of Computer Science" is offered and using rule-guidelines for solving situational problems by means of dynamic mathematics GeoGebra is detailed.

**Keywords:** mathematical foundations of informatics, situational problems, mathematics, system of computer mathematics, GeoGebra, rule-guideline, system of dynamic mathematics